IWR – Universität Heidelberg
Prof. Dr. Guido Kanschat

Abgabe: **24.5.2013**

Programmierübung Nr. 3
zur Vorlesung Numerik I, Sommer 2013

Explizite Runge-Kutta-Verfahren

Explizite s-stufige Runge-Kutta-Verfahren der Form, wie sie auf Seite 50/51 im Skript stehen, werden oft in der Tabellenform

$$\begin{array}{c|ccccc}
0 & & & & & \\
a_2 & b_{21} & & & & \\
a_3 & b_{31} & b_{32} & & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\
a_s & b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{s,s-1} & \\
\hline
 & c_1 & c_2 & \cdots & c_{s-1} & c_s
\end{array}$$

dem sogenannten Butcher-Schema geschrieben. Beispiele sind

$$\begin{array}{c|cc}
0 & & \\
\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \\
\hline
 & 0 & 1
\end{array}
\qquad \text{und} \qquad
\begin{array}{c|cccc}
0 & & & & \\
\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & & \\
\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & & \\
1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
 & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{2}{6} & \frac{1}{6}
\end{array}$$

für das modifizierte Eulerverfahren von Runge (S. 50) und das klassische Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung (S. 51).

Implementieren Sie beide Verfahren und wenden Sie sie auf das Erde-Mond-Problem an. Vergleichen Sie bei einer Zeitschrittweite von einem Tag die Umlaufperioden des Mondes für alle drei Verfahren mit Ihrer Erfahrung. Vergleichen Sie auch, wie nah die Bahnen in der xy-Ebene einer geschlossenen Ellipse kommen.

Bemerkung: Sie dürfen die Verfahren entweder direkt einzeln implementieren, oder die schematische Struktur oben benutzen und die Koeffizienten als Daten ablegen. Ich weise allerdings darauf hin, dass wir weitere Runge-Kutta-Verfahren implementieren werden, so dass sich der Zusatzaufwand hier lohnen mag.