

Programmierübung Nr. 1 zur Vorlesung Numerik I, Sommer 2013

Das Eulerverfahren für Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung

Löse die AWA

$$y' = f(y), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

auf dem Intervall $I = [0, 10]$ mit dem Eulerverfahren der Schrittweite $h = 0.1$. Die Funktion f ist gegeben durch die Lotka-Volterra-Gleichungen der Form

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1(a - by_2) \\ y_2' &= y_2(cy_1 - d). \end{aligned}$$

mit $a = 5$, $b = 2$, $c = 1$ und $d = 1$. Im Detail gehen Sie bitte nach folgendem Schema vor:

- (a) Schlagen Sie auf Wikipedia unter Lotka-Volterra-Gleichungen nach, was die Bedeutung dieser Gleichungen ist.
- (b) Schreiben Sie in einer von Ihnen gewählten Programmiersprache eine Funktion (oder in objektorientierten Sprachen eine Klasse mit einer geeigneten Funktion), die als Argument den Vektor y erhält und als Rückgabewert den Vektor $f(y)$ nach der Vorschrift

$$\begin{aligned} f_1 &= y_1(a - by_2) \\ f_2 &= y_2(cy_1 - d). \end{aligned}$$

berechnet. Die Konstanten a , b , c und d dürfen Sie an beliebiger Stelle im Programm definieren, zum Beispiel als *member variables* einer C++-Klasse.

- (c) Schreiben Sie eine Funktion `euler(t0, tn, n, f)`, die für gegebene Funktion f das Eulerverfahren von t_0 bis t_n mit n Schritten der Schrittweite $h = (t_n - t_0)/n$ durchführt. Ein Schritt des Eulerverfahrens ist dabei definiert durch

$$\begin{aligned} t_{k+1} &= t_k + h \\ y^{(k+1)} &= y^{(k)} + hf(t_k, y^{(k)}) \end{aligned}$$

- (d) Plotten Sie die (diskreten) Funktionen $y_1(t)$ und $y_2(t)$. Wie dies aus `octave` geht, erfahren Sie in der Programmierübung. Bei anderen Programmiersprachen können Sie das Programm `gnuplot` benutzen. Dazu erzeugen Sie ein File im Format

$$\begin{array}{ccc} t_0 & y_1^{(0)} & y_2^{(0)} \\ t_0 & y_1^{(1)} & y_2^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ t_n & y_1^{(n)} & y_2^{(n)} \end{array}$$

Nach dem Aufruf von `gnuplot` geben Sie die folgenden Befehle ein:

```
set data style lines
plot "filename" using 1:2
plot "filename" using 1:3
```

- (e) Finden Sie heraus, wie man ein Phasendiagramm plottet.